**№7-дәріс. Тізбектің және функцияның шектері**

***Анықтама.* ** және ****бос емес сандар жиындары болсын. Егер  жиынының кез келген  элементіне белгілі бір заңдылықпен  жиынының бір  элементі сәйкес келетін болса, онда  жиынында *****функциясы*** берілді дейді. Мұндай жағдайда ті ***тәуелсіз шама (аргумент),*** ал ті ***тәуелді шама*** деп атайды. әрпі  пен  жиындарының арасында сәйкестік заңдылықты береді.  жиыны функцияның анықталу облысы, ал  жиыны функция мәндерінің жиыны деп аталады.

***Функцияның үш түрлі жолмен беріледі:***

*а)Аналитикалық тәсілмен;*

*б) Таблицалық, яғни мәндер тәсілімен;*

*в)* *Графиктік тәсілмен*

**Функцияның негізгі қасиеттері**

***1. Анықтама*.** Егер аралығында жатқан барлық  нүктелері үшін  теңсіздігі орындалатындай  саны табылса, онда  функциясы  аралығында ***шектелген функция*** деп аталады. Дербес жағдайда,  болғанда  шарты айнымалысының шектеулігін көрсетеді.

***2. Аралықта өсетін және кемитін функциялар***

***Анықтама. *** сегментінде (аралығында) анықталған  функциясы үшін ,  болғанда  теңсіздігі орындалса, онда  осы аралықта өспелі (кемімелі) ***функция*** деп аталады.

 Функция аралықта өспелі немесе кемімелі болса, онда бұл аралық ***монотондық аралық***, ал  функциясы осы аралықта ***монотонды*** деп аталады.

***Мысал.* ** функциясы  аралығында монотонды және:  интервалында кемімелі, ал  интервалында өспелі.

***3. Жұп және тақ функциялар.***

а) болса, - жұп функция;

б)  болса, - тақ функция.

***4. Периодты функциялар.***  облысында анықталған  фукциясы үшін саны табылып, , , теңдігі орындалса, онда  периодты функция деп аталады.

***5. Kүрделі функция .* ** функциясының анықталу облысы , мәндер жиыны  болсын, ал  айнымалысы  жиынында анықталған ке тәуелді, мәндер жиыны  болатын функция болсын: . Сонда  жиынында берілген, мәндер жиыны  болатын  функциясы ***күрделі функция*** деп аталады.

*Мысалы, *күрделі функция, өйткені оны былай жазуға болады: .

***6. Kері функция.***  **функциясының анықталу облысы , ал мәндер жиыны  болсын. Әрбір  мәніне  теңдігі орындалатындай бір  мәнін сәйкес қойсақ, онда  жиынында анықталған, ал мәндер жиыны  болатын  функциясы анықталады. Осы функция  функциясының ***кері функциясы*** деп аталады және ол  түрінде жазылады.  және  функциялары өзара кері функциялар деп аталады.

***7.*** Белгісіз функция  анық түрде берілмей,  түрінде берілсе, онда  тәуелділігі ***айқындалмаған функция*** деп аталады.

***8.*** Функцияның  параметрлік түрде берілуі. Егер  функциясы үшін  кері функция табылса, онда  түрдегі тің ке тәуелді функциясын аламыз.

***Ескерту:*** Функцияның параметр арқылы берілуі функцияның координат жүйесінде берілуінен көп тиімді, әрі кеңірек қолданылады.

**Функцияның нүктедегі шегі**

 ***Анықтама.***  нүктесінің маңайы осы нүкте жататын кез келген интервал.

Дербес жағдайда,  нүктесінің маңайы −  интервалы. маңайы  түрінде белгіленеді.

***Анықтама.*** Егер кез келген ******саны үшін  саны табылып, кезкелген  үшін  теңсіздігі орындалса, онда  саны  функциясының  шамасы ға ұмтылғандағы  шегі деп аталады да,  түрінде белгіленеді.

***Ескерту:***  функциясы  нүктесінде анықталуы да, анықталмауы да мүмкін.

***Анықтама.*** Егер  (кезкелген ******) саны, үшін  ( саны) табылып,  үшін  теңсіздігі орындалса, онда  саны  функциясының тің ға сол жақтан ұмтылғандағы шегі немесе  функциясының  нүктесіндегі сол жақ шегі делінеді. Белгіленуінде: .

***Анықтама.*** Жоғарыдағыдай   функциясының  нүктесіндегі оң жақ шегі деп аталады.

**Функцияның ақырсыздықтағы шегі**

***Анықтама.*** Кезкелген ******() саны үшін қандай да бір саны табылып,  болғанда  орындалса, онда  саны  функциясының шегі деп аталады және  түрінде белгіленеді.

***Анықтама.***  саны үшін, саны табылып,  болғанда  орындалса, онда  саны  функциясының шегі деп аталады және  түрінде белгіленеді.

***Анықтама.***  үшін, саны табылып, теңсіздігін қанағаттандыратын тер үшін  теңсіздігі орындалса, онда  саны  функциясының шегі деп аталады және түрінде белгіленеді.

***Ескерту:*** Жоғарыдағы анықтамалардан  функциясы ретімен алғанда  интервалдарында анықталады деп есептеледі. Дербес жағдайда, егер  функциясы  натурал сандар жиынында да анықталса, онда



Белгілеулері  сан тізбегін анықтайды. Ал  өрнегі былайша  сан тізбегі шегіне көшеді. Функцияның нүктедегі және ақырсыздықтағы шектерін шартты түрде  (сан немесе  шексіздіктерінің біреуі) етіп белгілейік. Онда функция шегінің қасиеттері мен тізбектер шегінің қасиеттері бірдей болады. Мысалы:

1) Тұрақты функцияның (тізбектің) шегі осы тұрақтыға тең,

2) Егер функцияның (тізбектің) шегі болса, онда ол жалғыз болады.

***Анықтама.***  функциясы  жиынында анықталып,  үшін  саны табылып,  () теңсіздігі орындалса, онда  функциясы  жиынында жоғарыдан (төменнен) шектелген делінеді. Функция жоғарыдан (төменнен) шектелсе, онда ол  аралығында шектеулі. Мысалы,

а)  функциясы  аралығында шектеулі, себебі кезкелген  үшін ;

б)  тізбегі шектеулі. ,  шектері бар болғанда, функция  интервалдарында шектеулі.

в) функциясы a нүктесінің маңайында шектеулі*.*

г) Шегі бар кезкелген сан тізбегі шектеулі.

***Теорема****.* (*а*,) интервалында функция өспелі (кемімелі) болса және осы аралықта жоғарыдан (төменнен) *С* санымен шектелсе, онда , яғни функцияның нүктесінде сол жақ ( нүктесінде оң жақ) шегі табылады және .

Жаттығу: Бұл теореманы сан тізбегі үшін келтіріңіз.

***Шексіз аз және шексіз үлкен функциялар.***

***Анықтама.*** Егер  болса, онда теңдігі орындалса, онда  функциясы **( шамасы ға ұмтылғанда)шексіз аз шама (ш.а.ш.) деп аталады.

***Анықтама.*** Егер болса, онда  функциясы **-ғы шексіз үлкен шама (ш.ү.ш.) деп атайды.

***Теорема****.* Егер (ш.а.ш.) болса,  болса, онда - функциясы -ға ш.ү.ш. болады. Бұл теорема керісінше де ақиқат.

**Шектер туралы негізгі теоремалар.** Егер *, ,* болса, онда

1. **
2. **
3. Кезкелген  үшін,  және  болса, онда .

***1-мысал.*** 1. . Шекті есептеу үшін *х*-тің мәнін қойғанда т.с.с. анықталмағандықтар пайда болады. Шекті есептеу деп осы анықталмағандықтарды ашуды айтады.

2. .

3. .

4. .

***Әдебиеттер:***  нег.[128-163], [173-181], 11 қос. [314-334].

***Бақылау сұрақтар:***

1. Фукцияның анықтамасын беріңіз. Функцияның анықталу облысы дегеніміз не?

2. Тақ және жұп функциялардың анықтамасын беріңіз.

3. Период және периодты функциялар.

4. Функциялардың шектері туралы негізгі теоремаларды атаңыз.